

**Facultad de Ingeniería**  
**Escuela de Informática y Telecomunicaciones**

**PROGRAMA DE ASIGNATURA**  
*Cálculo III*

**I. Identificación**

Código	: CBM-1006
Créditos	: 6
Duración	: Semestral
Ubicación en plan de estudio	: Semestre 3
Pre-requisitos	: Cálculo II (CBM-1003)
Sesiones semanales	: 2 cátedras, 1 ayudantía.

**II. Objetivos Generales y Específicos**

El curso tiene como objetivo que el estudiante comprenda y aplique los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables: Funciones, Límites, Continuidad, Derivación e Integración, como herramienta en el planteamiento y resolución de problemas aplicados a la ingeniería, economía, optimización y otras áreas. Para esto, el estudiante deberá:

- Aplicar los conceptos fundamentales de la geometría vectorial en  $\mathbb{R}^n$ , relacionada con puntos, vectores, distancias, normas, rectas, planos y superficies.
- Derivar una función real o vectorial de varias variables independiente de su forma o descripción y aplicar estas herramientas para resolver problemas de optimización con o sin restricciones.
- Reconocer la integrabilidad de una función de varias variables y calcular la integración mediante integración iterada.
- Aplicar la integración múltiple al cálculo de volúmenes, áreas, centro de gravedad, momento de inercia, etc.
- Comprender y aplicar los conceptos y operadores diferenciales como el gradiente, la divergencia, el rotacional y el Laplaciano.
- Comprender y aplicar el concepto de integral de línea.

### **III. Descripción de Contenidos**

#### **1. Funciones vectoriales de una variable (4 sesiones)**

- 1.1 Funciones vectoriales y curvas en el espacio. Ecuaciones de la recta y del plano en el espacio. Parametrizaciones.
- 1.2 Límites, continuidad, derivación e integración de funciones vectoriales de una variable real.
- 1.3 Vectores y Planos Principales: Tangente, Normal, Binormal.
- 1.4 Longitud de arco. Curvatura.

#### **2. Funciones reales de varias variables (10 sesiones)**

- 2.1 Dominio, recorrido, curvas y superficies de nivel. Catálogo de superficies cuadráticas.
- 2.2 Funciones de tres o más variables. Límites y continuidad, continuidad de funciones compuestas.
- 2.3 Derivadas parciales, interpretación geométrica, derivadas parciales de orden superior.
- 2.4 Planos Tangentes a superficies y diferenciabilidad. Generalización a funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^m$ .
- 2.5 La derivada como matriz. Regla de la cadena. Diferenciación de funciones implícitas, Jacobianos.
- 2.6 Derivadas Direccionales y Gradientes, rectas y planos tangentes a superficies de nivel.
- 2.7 Valores extremos, máximo y mínimos locales, criterio de la segunda derivada para extremos locales, el Hessiano de una función.
- 2.8 Máximos y mínimos absolutos, teorema de valor extremo para funciones de dos variables.
- 2.9 Multiplicadores de Lagrange, problemas de máximos y mínimos con restricciones.

#### **3. Integración de funciones de varias variables (8 sesiones)**

- 3.1 Integrales dobles sobre rectángulos, interpretación de integrales dobles como volúmenes, integrales iteradas, teorema de Fubini.
- 3.2 Integrales dobles sobre regiones generales.
- 3.3 Integrales dobles en coordenadas polares, aplicaciones de las integrales dobles, cambio de variables, Jacobianos en cambio de variables.
- 3.4 Integrales triples, Teorema de Fubini para integrales triples, Aplicaciones de las integrales triples.
- 3.5 Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas.

#### **4. Cálculo vectorial (6 sesiones)**

- 4.1 Campos vectoriales, operadores diferenciales: gradientes, divergencia, rotacional y Laplaciano.
- 4.2 Integrales de Línea, campos vectoriales conservativos e independencia del camino.

#### 4.3 El teorema de Green en el plano. Formas vectoriales del teorema de Green.

### **IV. Importancia del curso en el plan de estudios**

En general, los problemas de la ingeniería incluyen múltiples variables que representan todos los posibles argumentos que pueden influir en el fenómeno que se está estudiando. En este curso, el estudiante comprende y generaliza en espacios de mayor dimensión, los conceptos y resultados básicos vistos en los cursos previos de cálculo diferencial e integral.

Así, este curso contribuye al cumplimiento del perfil de egreso a través del desarrollo del siguiente conjunto de objetivos de aprendizaje (vistos como una serie de conocimientos, habilidades, actitudes y valores):

- Modelar el comportamiento de sistemas, empleando lenguaje matemático, conceptos de física, lenguaje computacional y simulación, entre otros métodos.
- Capacidad de pensar en forma analítica y racional
- Capacidad de abstracción y modelación
- Capacidad de integrar conocimientos
- Capacidad de trabajar en equipos disciplinarios o multidisciplinarios
- Capacidad de aprender en forma autónoma y continua
- Ética profesional acorde con los valores de la Universidad

### **V. Metodología**

Clases expositivas, trabajos grupales y ayudantía semanal de resolución de guías de ejercicios. Las clases estarán orientadas a la comprensión matemática de los conceptos y al desarrollo de un pensamiento lógico con entrenamiento en razonamientos demostrativos deductivos, lo cual será complementado con las guías y apuntes del curso que incluirán gran diversidad de aplicaciones de bajo requisito teórico ajeno al curso. En las sesiones de ayudantía se resolverán problemas seleccionados en consideración, tanto la aplicación a tópicos de ingeniería como el uso de recursos tecnológicos.

### **VI. Evaluación**

En la evaluación de las unidades del curso, se contemplan durante el semestre 4 controles parciales, dos Pruebas Solemnes y un Examen. El promedio de las 3 mejores notas de los controles tendrá una ponderación de 30% en la nota de presentación a examen (NP) y cada nota de la Prueba Solemne tendrá una ponderación de 35% en la NP. La nota final del curso (NF) se obtendrá ponderando en un 70% la nota NP y un 30% el Examen final de la asignatura.

- Nota de presentación mínima: 3,5
- Eximiciones: sólo el 20% del curso, con nota superior a 5,0 haber rendido las dos pruebas solemnes y tener al menos el 75% de asistencia a clases.

## **VII. Bibliografía básica de referencia**

### Bibliografía obligatoria

1. Cálculo de varias variables. James Stewart. Editorial Thomson (Cengage Learning). 6ª Ed., 2008.
2. Cálculo de varias variables, Dennis G. Zill, Warren S. Wright. Ed Mc-Graw Hill, 4<sup>ta</sup>. Ed., 2011.
3. Cálculo Vectorial. Marsden / Tromba. Editorial Addison Wesley. 3ª Ed., 1991.
4. Cálculo con Geometría Analítica. Edwards & Penney. Ed. Prentice Hall, 4ª Ed., 1997.

#### **PAUTAS ETICAS BASICAS**

El plagio es el uso de las ideas o trabajo de otra persona sin el adecuado consentimiento. El plagio puede ser intencional o no. El plagio intencional es el claro intento de hacer pasar el trabajo o ideas ajenas como el suyo propio para su beneficio. El plagio no intencional puede ocurrir si Ud. no conoce el mecanismo adecuado de referenciar la fuente de sus ideas e información. Si no está seguro de los métodos aceptados para referenciar, debería consultar con su profesor, tutor o personal de biblioteca.

El plagio comprobado es una actitud que puede resultar en severas sanciones disciplinarias y/o en la exclusión de la Universidad (Artículo 44, Reglamento del Estudiante de Pregrado).

Elaborado por: Isabel Arratia  
Fecha revisión: Diciembre 2015  
Fecha vigencia: Marzo 2016